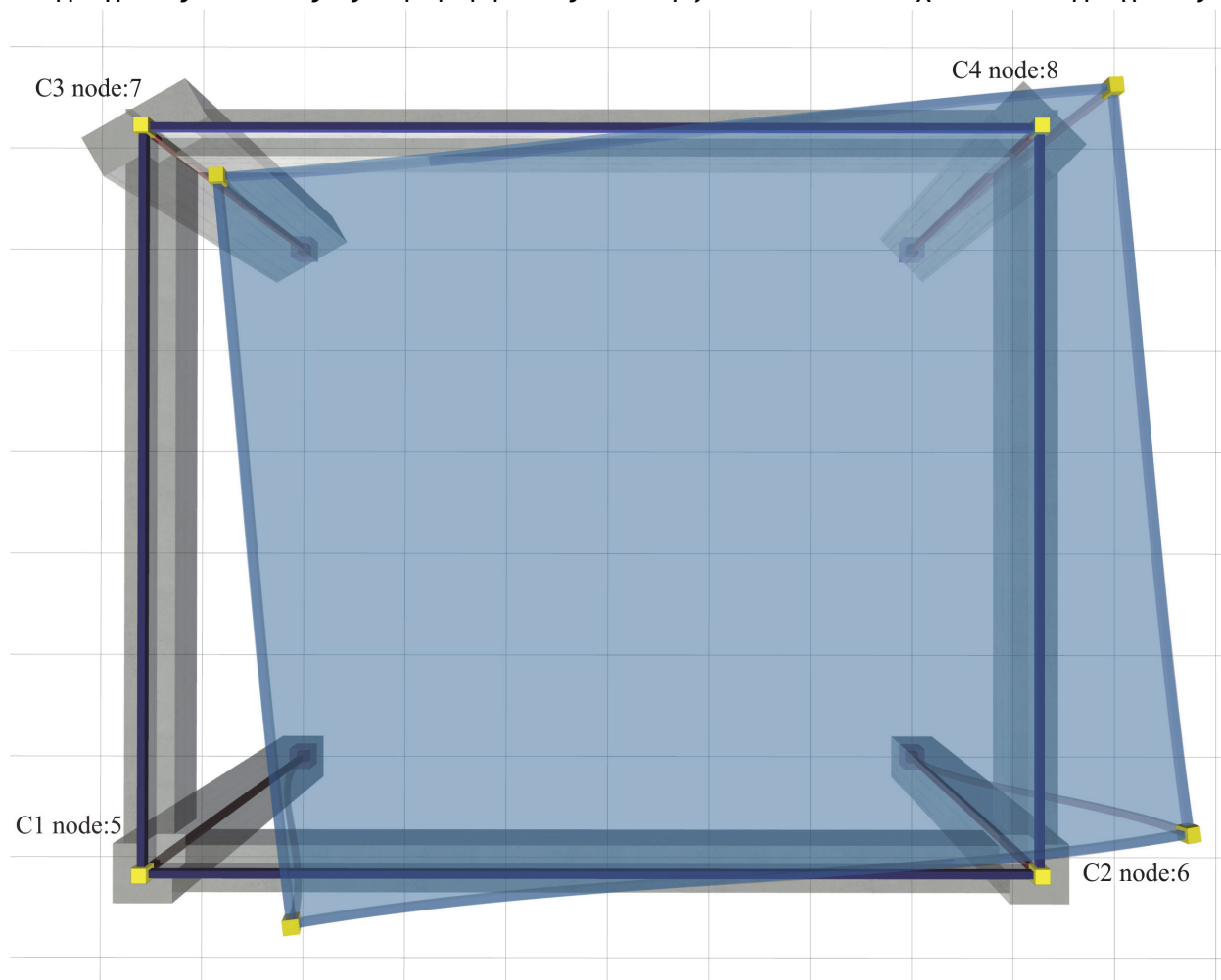


## Δ.7 Παραδείγματα

Επιλύονται δύο παραδείγματα με τη γενική μέθοδο στον ίδιο απλό φορέα του Παραρτήματος Γ.1. Η επιλογή απλού φορέα είναι χρήσιμη για την άνετη παρακολούθηση των αποτελεσμάτων και την κατανόηση των θεμάτων του διαφραγματικού ορόφου.

### Παράδειγμα Δ.7.1:

Η μελέτη είναι το μονόροφο <B\_d9-1> για το οποίο με τη χρήση του συνοδευτικού λογισμικού, ή οποιοδήποτε άλλου λογισμικού, για κάθε μία από τις 3 φορτίσεις, υπολογίζουμε τις 2 μετατοπίσεις της κολόνας C1 που αντιστοιχούν στον κόμβο 5 και τη στροφή  $\theta_{xz}$  του διαφράγματος. Προαιρετικά, μπορούμε να υπολογίσουμε και τις μετατοπίσεις των υπόλοιπων σημείων του διαφράγματος. Με αυτές τις παραμορφώσεις υπολογίζονται όλα τα στοιχεία του διαφράγματος.

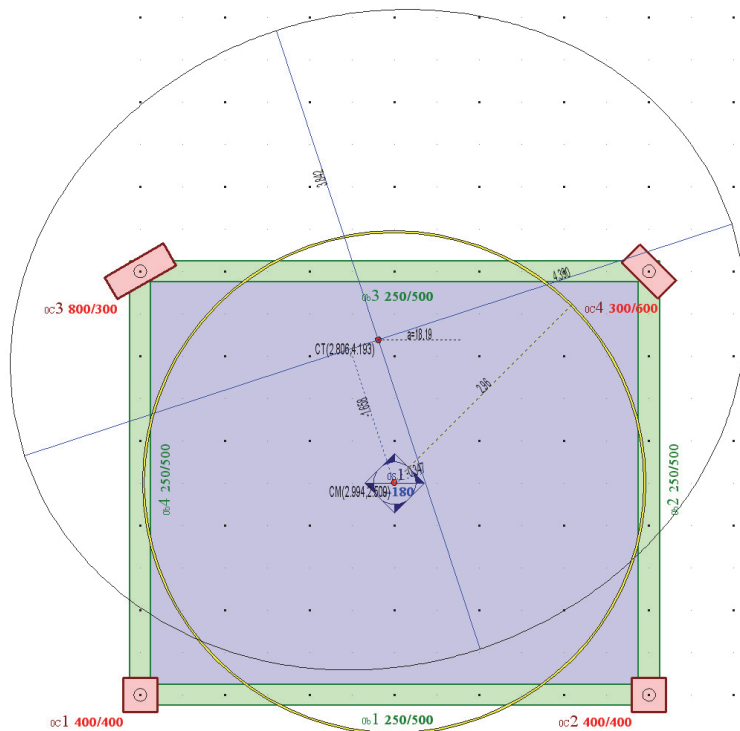


Εικόνα Δ.7.1-1: Η απλή μελέτη με τις 4 κολόνες  
C1:400/400, C2:400/400, C3:800/300  $\varphi=30^\circ$ , C4:300/600  $\varphi=45^\circ$ ,  
 $h=3.0\text{ m}$ , δοκοί 250/500

Με την είσοδο στον “Οροφο”, καλούνται τα “Εργαλεία”, “Διαφραγματική επίλυση”, δίνουμε  $H=90.6\text{ kN}$ ,  $c_y=1.0\text{ m}$ , “Αμφίπακτα υποστυλώματα=OFF <sup>1</sup>”, “OK”. Αμέσως εμφανίζεται η οθόνη

<sup>1</sup> Αν τεθεί “fixed columns=ON” τότε τα αποτελέσματα αντιστοιχούν στην παραδοχή αμφίπακτων κολονών και δίνει αποτελέσματα ίδια με των 2 πρώτων περιπτώσεων. Οι μικρές διαφορές στα αποτελέσματα σε σχέση με τη δουλειά στο χέρι, αλλά και με το αρχείο .xls οφείλονται στις μικρές διαφορές του κέντρου μάζας, λόγω των άνισων φορτίων του ίδιου βάρους των κολονών.

με το δακτύλιο αδράνειας, το κέντρο ελαστικής στροφής, την έλλειψη δυστρεψιάς και τον ισοδύναμο φορέα με τις 4 κολόνες.



Εικόνα Δ.7.1-2: Η εικόνα του output του λογισμικού

Ο δακτύλιος αδράνειας είναι ίδιος με τη προηγούμενη περίπτωση, δεδομένου ότι εξαρτάται μόνο από τα φορτία, όλα ωστόσο τα υπόλοιπα μεγέθη είναι διαφορετικά, όπως αναμενόταν.

Το κέντρο ελαστικής στροφής  $C_T$  έχει συντεταγμένες  $(2.806, 4.193)$ , και οι ακτίνες δυστρεψιάς είναι  $r_x=4.390\text{ m}$ ,  $r_y=3.842\text{ m}$  (έναντι συντεταγμένων  $2.688, 4.897$ ,  $r_x=4.411$  και  $r_y=3.381$  που έδωσε η θεώρηση αμφίπακτων κολονών) στο παράρτημα Γ.

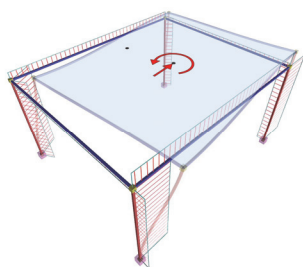
Καλώντας “Εμφάνιση” και μετά “Αποτελέσματα διαφραγμάτων”, “εκτυπώσεις”, εμφανίζονται αναλυτικά όλα τα αποτελέσματα με  $\theta_{XZ}=11.952 \times 10^{-5}$ .

Τα υπόλοιπα αποτελέσματα είναι πιο πρακτικό να τα δούμε σε 3D καλώντας “Εμφάνιση”, “Αποτελέσματα διαφραγμάτων”, “3D διαφράγματος” και “ανάλυση με ελεύθερη στροφή” ή “ανάλυση με δεσμευμένη στροφή” ή “με στροφή μόνο”, όπως φαίνονται στις δύο επόμενες σελίδες.

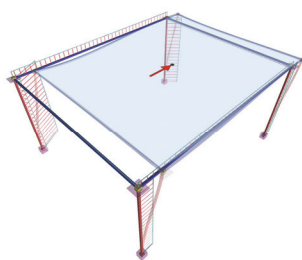
Παρατήρηση:

- Στο συγκεκριμένο παράδειγμα, επειδή είναι μονώροφο, η κατάσταση με στροφή μόνο είναι δυνατόν να προκύψει κατ’ ευθείαν από την ανάλυση, εφόσον βάλουμε ως εξωτερική φόρτιση μόνο ροπή. Αυτό οφείλεται στο γεγονός ότι το κέντρο ελαστικής στροφής  $C_T$  στα μονώροφα διαφράγματα παραμένει, εξ’ ορισμού, ακίνητο ως προς το έδαφος.

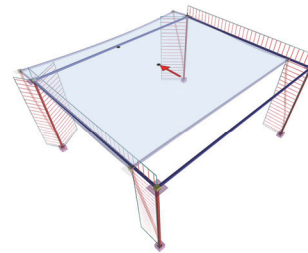
Υπολογισμός<sup>2</sup> διαφραγματικής λειτουργίας



Εικόνα Δ.7.1-3



Εικόνα Δ.7.1-4

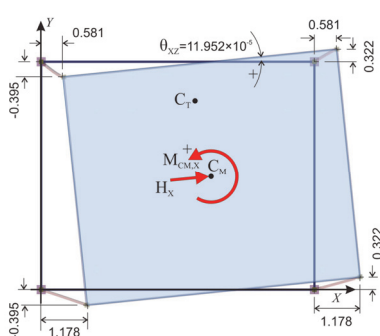


Εικόνα Δ.7.1-5

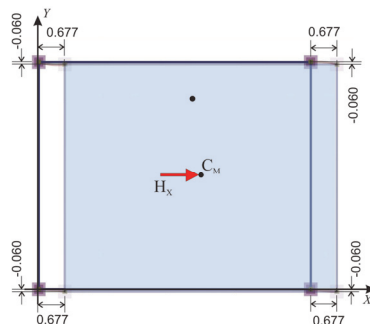
**1<sup>η</sup> Φόρτιση:**  $H_x=90.6 \text{ kN}$  με εκκεντρότητα φόρτισης <sup>3</sup>  $c_y=1.0 \text{ m}$  που δίνει ροπή  $M_{x_{CM}}=90.6 \text{ kNm}$

**2<sup>η</sup> Φόρτιση:**  $H_x=90.6 \text{ kN}$  και δέσμευση της στροφής του διαφράγματος

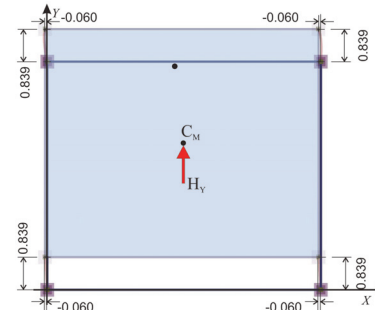
**3<sup>η</sup> Φόρτιση:**  $H_y=90.6 \text{ kN}$  και δέσμευση της στροφής του διαφράγματος



Εικόνα Δ.7.1-6



Εικόνα Δ.7.1-7



Εικόνα Δ.7.1-8

Αποτελέσματα ανάλυσης:

Οι μετακινήσεις του σημείου 1 είναι  $\delta_{XX1}=1.178$ ,  $\delta_{XY1}=-0.395 \text{ mm}$  και η ενιαία γωνία στροφής του διαφράγματος  $\theta_{XZ}=11.952 \times 10^{-5}$

Αποτελέσματα ανάλυσης:

Το διάφραγμα δε στρέφεται, γι' αυτό κινείται μόνο παράλληλα προς τους άξονες  $X, Y$ . Άρα κάθε σημείο του διαφράγματος (επομένως και το  $C_T$ ) έχει τις ίδιες κύριες μετακινήσεις:

$$\delta_{XXo}=0.677 \text{ mm}, \delta_{XYo}=-0.060.$$

Αποτελέσματα ανάλυσης:

Το διάφραγμα δε στρέφεται και οι δύο παράλληλες μετακινήσεις του είναι:

$$\delta_{YXo}=-0.0600, \delta_{YYo}=0.839 \text{ mm}$$

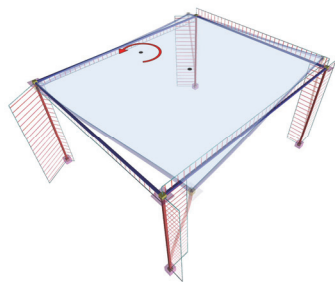
Η γωνία του κυρίου συστήματος προκύπτει από τη σχέση:

$$\begin{aligned} \tan(2a) &= 2\delta_{XYo}/(\delta_{XXo}-\delta_{YYo}) = \\ &= 2 \times (-0.060)/(0.677-0.839) = \\ &= 0.741 \rightarrow 2a=36.5^\circ \rightarrow a=18.2^\circ \end{aligned}$$

<sup>2</sup> Οι υπολογισμοί του διαφραγματικού ορόφου γίνονται αυτόματα από το λογισμικό. Εδώ βλέπουμε την επιβεβαίωση των αλγορίθμων που γίνεται με τα εργαλεία που προσφέρει το ίδιο το λογισμικό.

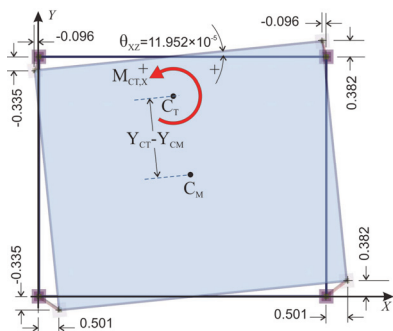
<sup>3</sup> Το οριζόντιο σεισμικό φορτίο εξασκείται στο κέντρο μάζας  $C_M$ . Η εκκεντρότητα της φόρτισης  $c_y=1.0 \text{ m}$ , μπορεί να δοθεί και σαν ισοδύναμη ροπή  $M_{CM,x}=H_x \cdot c_y$  που στη συγκεκριμένη περίπτωση είναι  $M_{CM,x}=90.6 \times 1.0=90.6 \text{ kNm}$ . Η επιπλέον αυτή εκκεντρότητα δίνεται για να αυξήσει την επιρροή της στροφής, δηλαδή να δώσει μεγαλύτερες μετακινήσεις λόγω στροφής και έτσι να υπολογιστούν τα στρεπτικά στοιχεία του διαφράγματος με μεγαλύτερη ακρίβεια. Εκτός αυτού, η ροπή εκκεντρότητας εξασφαλίζει τη λύση και στις περιπτώσεις που το κέντρο ελαστικής στροφής συμπίπτει ή είναι πολύ κοντά με το κέντρο μάζας.

Υπολογισμός διαφραγματικής λειτουργίας (συνέχεια)

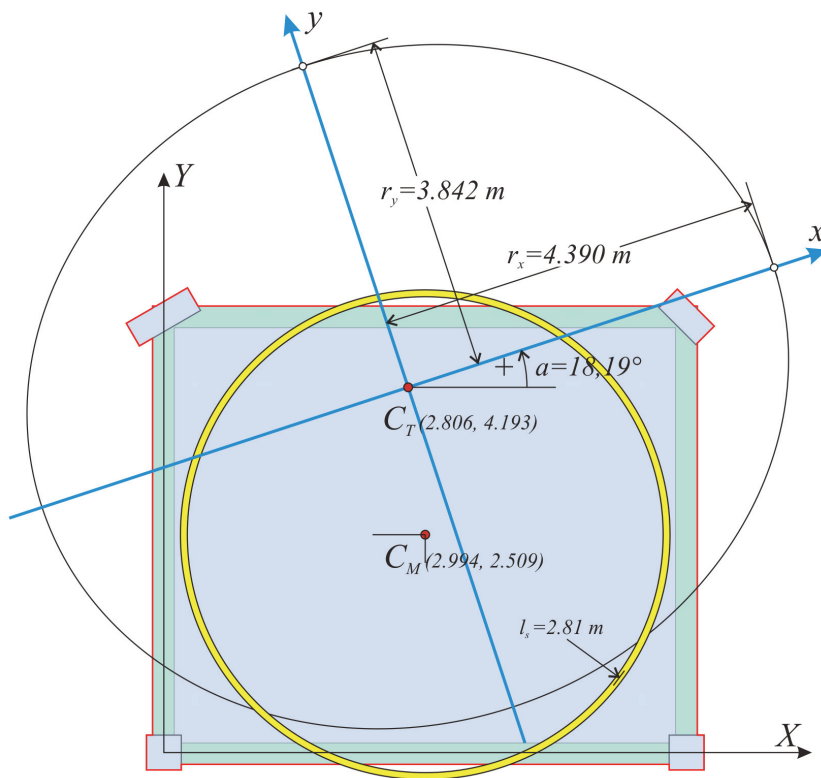


Εικόνα Δ.7.1-9

1<sup>η</sup> φόρτιση μείον 2<sup>η</sup> φόρτιση:  
 $H_X=0, M_{XCT}=90.6 \cdot (Y_{CT}-Y_{CM})+90.6$



Εικόνα Δ.7.1-10



Εικόνα Δ.7.1-11

Αποτελέσματα της αφαίρεσης:

Το διάφραγμα έχει μόνο στροφή  $\theta_{XZ}$  με κέντρο τον πόλο περιστροφής  $C_T$ . Οι μετακινήσεις του πρώτου σημείου λόγω στροφής:  
 $\delta_{Xt,1} = \delta_{X,1} - \delta_{XX0} = 1.178 - 0.677 = 0.501 \text{ mm}$ ,  
 $\delta_{Yt,1} = \delta_{Y,1} - \delta_{XY0} = -0.395 + 0.060 = -0.335 \text{ mm}$  και  
 $X_{CT} = X_1 - \delta_{Yt,1} / \theta_{XZ} = 0.0 + 0.335 \times 10^{-3} / 11.952 \times 10^{-5} = 2.803 \text{ m}$   
 $Y_{CT} = Y_1 + \delta_{Xt,1} / \theta_{XZ} = 0.0 + 0.501 \times 10^{-3} / 11.952 \times 10^{-5} = 4.192 \text{ m}$

**Προσδιορισμός δυσκαμψιών και ακτίνων δυστρεψιάς:**

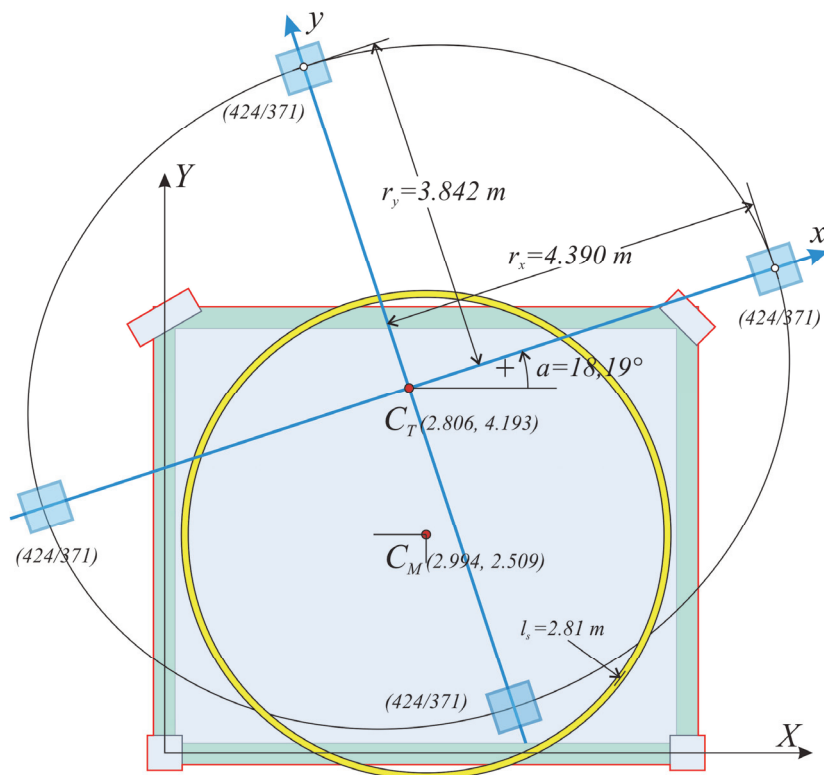
Οι δυσκαμψίες  $K_{xx}, K_{yy}$  θα υπολογιστούν από τις εξισώσεις Γ.9.2 και Γ.9.3 της §Γ.9, με  $a=18.186^\circ$  και  $\tan a=0.329$ :  
 $K_{xx} = H / (\delta_{XX0} + \delta_{XY0} \cdot \tan a) = [90.6 / (0.677 - 0.060 \cdot 0.329)] \cdot 10^6 \text{ N/m} = 137.8 \times 10^6 \text{ N/m}$   
 $K_{yy} = H / (\delta_{YY0} - \delta_{XY0} \cdot \tan a) = [90.6 / (0.839 + 0.060 \cdot 0.329)] \cdot 10^6 \text{ N/m} = 105.5 \times 10^6 \text{ N/m}$   
 $M_{XCT}^4 = 90.6 \cdot (Y_{CT} - Y_{CM}) + 90.6 \cdot c_Y = 90.6 \times (4.193 - 2.509) + 90.6 \times 1.0 = 243.2 \text{ kNm}$ ,  
 $K_\theta = M_{XCT} / \theta_{XZ} = 243.2 / 11.952 \times 10^{-5} = 20.3 \times 10^5 \text{ kNm}$   
 $r_x = \sqrt{K_\theta / K_{yy}} = \sqrt{[20.3 \times 10^8 \text{ Nm} / 105.5 \times 10^6 \text{ N/m}]} = 4.39 \text{ m}$   
 $r_y = \sqrt{K_\theta / K_{xx}} = \sqrt{[20.3 \times 10^8 \text{ Nm} / 137.8 \times 10^6 \text{ N/m}]} = 3.84 \text{ m}$

**Παρατήρηση:**

- Οι σχέσεις που προσδιορίζουν τις συντεταγμένες του  $C_T$  είναι γενικές και ισχύουν για κάθε σημείο του διαφράγματος. Για παράδειγμα, από την κολόνα 4 προκύπτουν:  
 $X_{CT} = X_4 - \delta_{Yt,4} / \theta_{XZ} = 6.0 - 0.382 \times 10^{-3} \text{ m} / 11.952 \times 10^{-5} = 6.0 - 3.20 = 2.80 \text{ m}$   
 $Y_{CT} = Y_4 + \delta_{Xt,4} / \theta_{XZ} = 5.0 - 0.096 \times 10^{-3} \text{ m} / 11.952 \times 10^{-5} = 5.0 - 0.80 = 4.20 \text{ m}$

<sup>4</sup> Η ροπή, η στροφή και η δυστρεψία  $K_\theta$  είναι μεγέθη που είναι ίδια τόσο στο αρχικό σύστημα ΧΟΥ, όσο και στο κύριο σύστημα xCTy. Είναι προτιμότερο η εργασία να γίνεται στο αρχικό σύστημα, επειδή είναι πιο απλές οι πράξεις.

Ισοδύναμο σύστημα:



Εικόνα Δ.7.1-12: Το ισοδύναμο σύστημα με 4 κολόνες διατομής 424/371 (στο "Ισοδύναμο σύστημα" δίνουμε  $k=1 \rightarrow n=4k=4$ )

Στο συγκεκριμένο παράδειγμα, επειδή ο φορέας είναι μονώροφος (όπως και στον ισόγειο όροφο κάθε πολυώροφου κτιρίου), το ισοδύναμο σύστημα έχει την ίδια έλλειψη κατανομής της δυστροπίας με την έλλειψη δυστροπίας του πραγματικού ορόφου.

Το λογισμικό, εφόσον επιλέξουμε "Ισοδύναμο σύστημα/σχεδ."=ON, επιστρέφει την έλλειψη δυστροπίας που επιβεβαιώσαμε αμέσως πιο πάνω με τις 4 ισοδύναμες κολόνες διατομής 424/373 επί των 4 κορυφών της έλλειψης, όπως φαίνεται στο σχήμα δίπλα. Ελέγχουμε την ισοδυναμία αυτών των 4 αμφίπακτων κολονών:

Εργαζόμαστε στο κύριο σύστημα συντεταγμένων, όπου η δυσκαμψία κάθε κολόνας στο τοπικό της σύστημα, συμπίπτει με το κύριο. Είναι  $K_x=12E \cdot I_x/h^3$  και  $K_y=12E \cdot I_y/h^3$  (βλέπε §5.1.1), δεδομένου ότι στο συγκεκριμένο παράδειγμα είχαμε επιλέξει ΟΧΙ επιρροή της διάτμησης, που ούτως ή άλλως είναι μικρή, επομένως  $k_{va}=1$ .

$$I_x=0.373 \times 0.424^3/12=23.693 \times 10^{-4} \text{ m}^4, I_y=0.424 \times 0.373^3/12=18.336 \times 10^{-4} \text{ m}^4$$

$$\text{Με δεδομένα τα } E=32.8 \text{ GP και } h=3.0 \text{ m} \rightarrow K_x=12 \cdot 32.8 \cdot 10^9 \text{ Pa} \cdot 23.693 \cdot 10^{-4} \text{ m}^4/3.0^3 \text{ m}^3=34.54 \times 10^6 \text{ N/m}$$

$$K_y=12 \cdot 32.8 \cdot 10^9 \text{ Pa} \cdot 18.336 \cdot 10^{-4} \text{ m}^4/3.0^3 \text{ m}^3=26.73 \times 10^6 \text{ N/m}$$

$$\text{Επειδή οι ισοδύναμες κολόνες είναι 4} \rightarrow K_{xx}=\Sigma(K_x)=4 \times 34.54=138.2 \times 10^6 \text{ N/m,}$$

$$K_{yy}=\Sigma(K_y)=4 \times 26.73=106.9 \times 10^6 \text{ N/m,}$$

δηλαδή όση και η πραγματική δυσκαμψία (μικροδιαφορές δικαιολογούνται από την ανάγκη χρήσης ακέραιων mm).

$$\text{Η δυσκαμψία του ισοδύναμου διαφράγματος είναι } K_\theta=\Sigma(K_{xi} \cdot y_i^2+K_{yi} \cdot x_i^2+0.0) \text{ (εξίσωση 7, §Γ.5)} \rightarrow$$

$$K_\theta=2 \cdot K_x \cdot 3.842^2+2 \cdot K_y \cdot 4.390^2=2 \cdot 34.54 \cdot 10^6 \text{ N/m} \cdot 14.76 \text{ m}^2+2 \cdot 26.73 \cdot 10^6 \text{ N/m} \cdot 19.271 \text{ m}^2=$$

$$(10.2+10.3) \times 10^5 \text{ kNm} =20.5 \times 10^5 \text{ kNm,}$$

δηλαδή όση και η πραγματική δυστροπία. Είναι προφανές ότι και οι τιμές των  $r_x, r_y$  θα είναι ίδιες, δεδομένου ότι αποτελούν την τετραγωνική ρίζα του λόγου ίσων ποσοτήτων  $r_{xz}=\sqrt{K_\theta/K_{yy}}=4.39 \text{ m, } r_{yz}=\sqrt{K_\theta/K_{xx}}=3.84 \text{ m.}$

Το ισοδύναμο κτίριο μπορεί να έχει 4 κολόνες μόνο, ή οποιοδήποτε πλήθος κολονών  $n=4k$ , όπου  $k$  ακέραιος αριθμός διάφορος του μηδενός, π.χ. 4, 8, 12, 16, 20, ... Οι κολόνες αυτές ανά 4 τοποθετούνται συμμετρικά ως προς το κέντρο ελαστικής στροφής.

Για παράδειγμα, η περίπτωση των 8 κολονών με διατομή 356/312, δίνει:

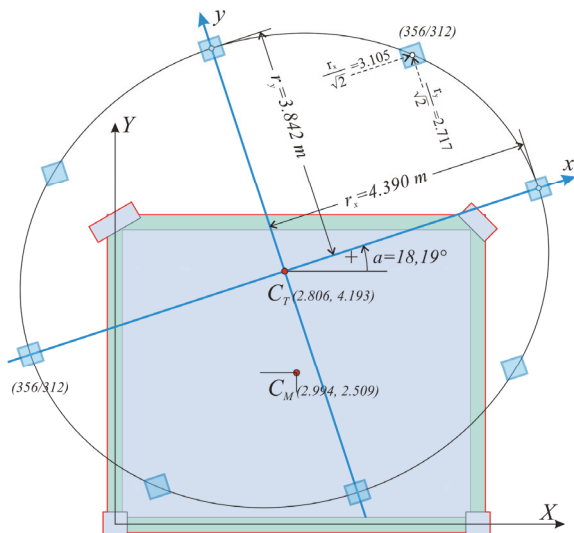
$$I_x=0.312 \times 0.356^3/12=11.731 \times 10^{-4} \text{ m}^4, I_y=0.356 \times 0.312^3/12=9.010 \times 10^{-4} \text{ m}^4$$

$$\text{Με δεδομένα τα } E=32.8 \text{ GP και } h=3.0 \text{ m} \rightarrow K_x=12 \cdot 32.8 \cdot 10^9 \text{ Pa} \cdot 11.731 \cdot 10^{-4} \text{ m}^4/3.0^3 \text{ m}^3=17.01 \times 10^6 \text{ N/m,}$$

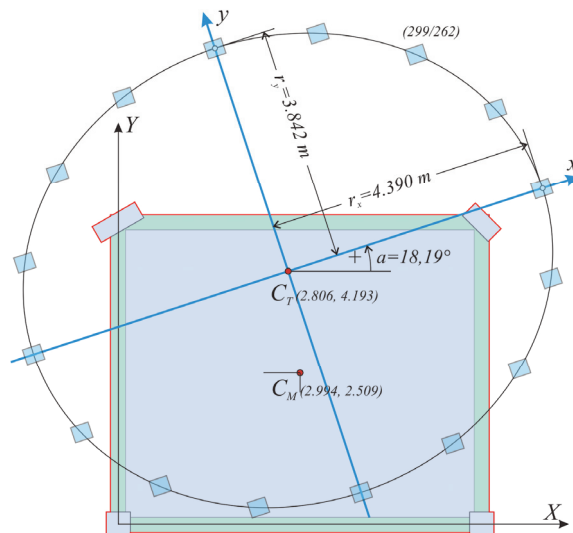
$$K_y=12 \cdot 32.8 \cdot 10^9 \text{ Pa} \cdot 9.010 \cdot 10^{-4} \text{ m}^4/3.0^3 \text{ m}^3=13.13 \times 10^6 \text{ N/m.}$$

Επειδή οι ισοδύναμες κολόνες είναι 8  $\rightarrow K_{xx}=\Sigma(K_x)=8 \times 17.01=136.8 \times 10^6 \text{ N/m}$  και  $K_{yy}=\Sigma(K_y)=8 \times 13.13=105.1 \times 10^6 \text{ N/m}$ . Για να υπολογίσουμε τη δυστρεψία, λαμβάνουμε τις συντεταγμένες των 4 ενδιάμεσων σημείων τα οποία δίνονται στην οθόνη και στις “εκτυπώσεις” (εφόσον ζητήσουμε “coords”) και είναι κατά x και y,  $\pm 3.105 \text{ m}$  και  $\pm 2.717 \text{ m}$  αντίστοιχα.

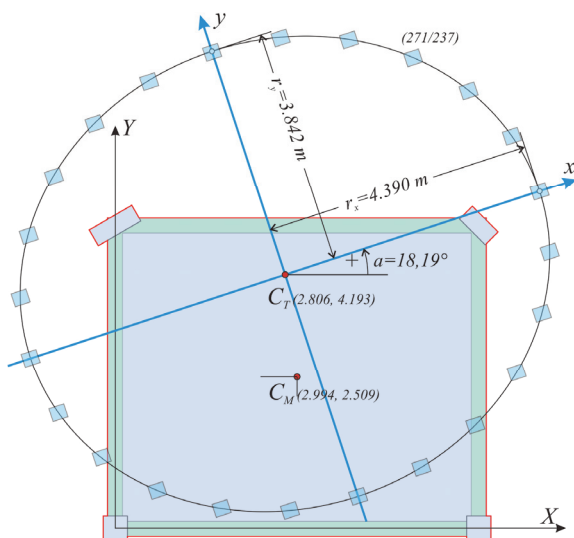
**Εναλλακτικοί ισοδύναμοι φορείς**



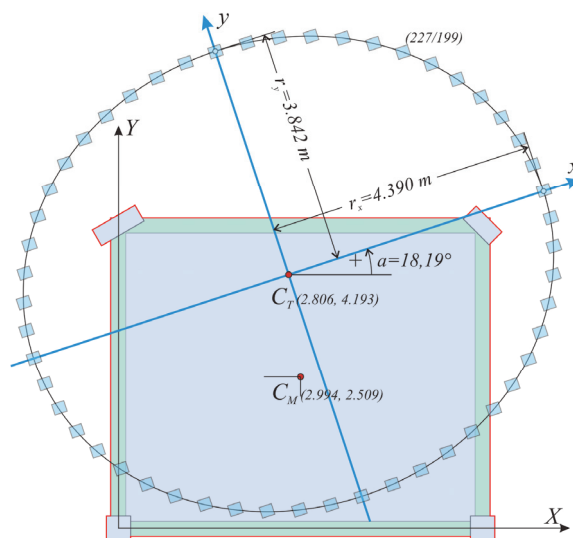
Εικόνα Δ.7.1-13: Περίπτωση 8 κολονών ( $k=2, n=4k=8$ )  
Ισοδύναμης διατομής 356/312



Εικόνα Δ.7.1-14: Περίπτωση 16 κολονών ( $k=4, n=4k=16$ )  
Ισοδύναμης διατομής 299/262



Εικόνα Δ.7.1-15: Περίπτωση 24 κολονών ( $k=6, n=4k=24$ )  
Ισοδύναμης διατομής 271/237



Εικόνα Δ.7.1-16: Περίπτωση 48 κολονών ( $k=12, n=4k=48$ )  
Ισοδύναμης διατομής 227/199

$$K_{\theta}=\Sigma(K_{xi} \cdot y_i^2+K_{yi} \cdot x_i^2)=2 \cdot K_x \cdot 3.842^2+4 \cdot K_x \cdot 2.717^2+2 \cdot K_y \cdot 4.390^2+4 \cdot K_y \cdot 3.105^2=$$

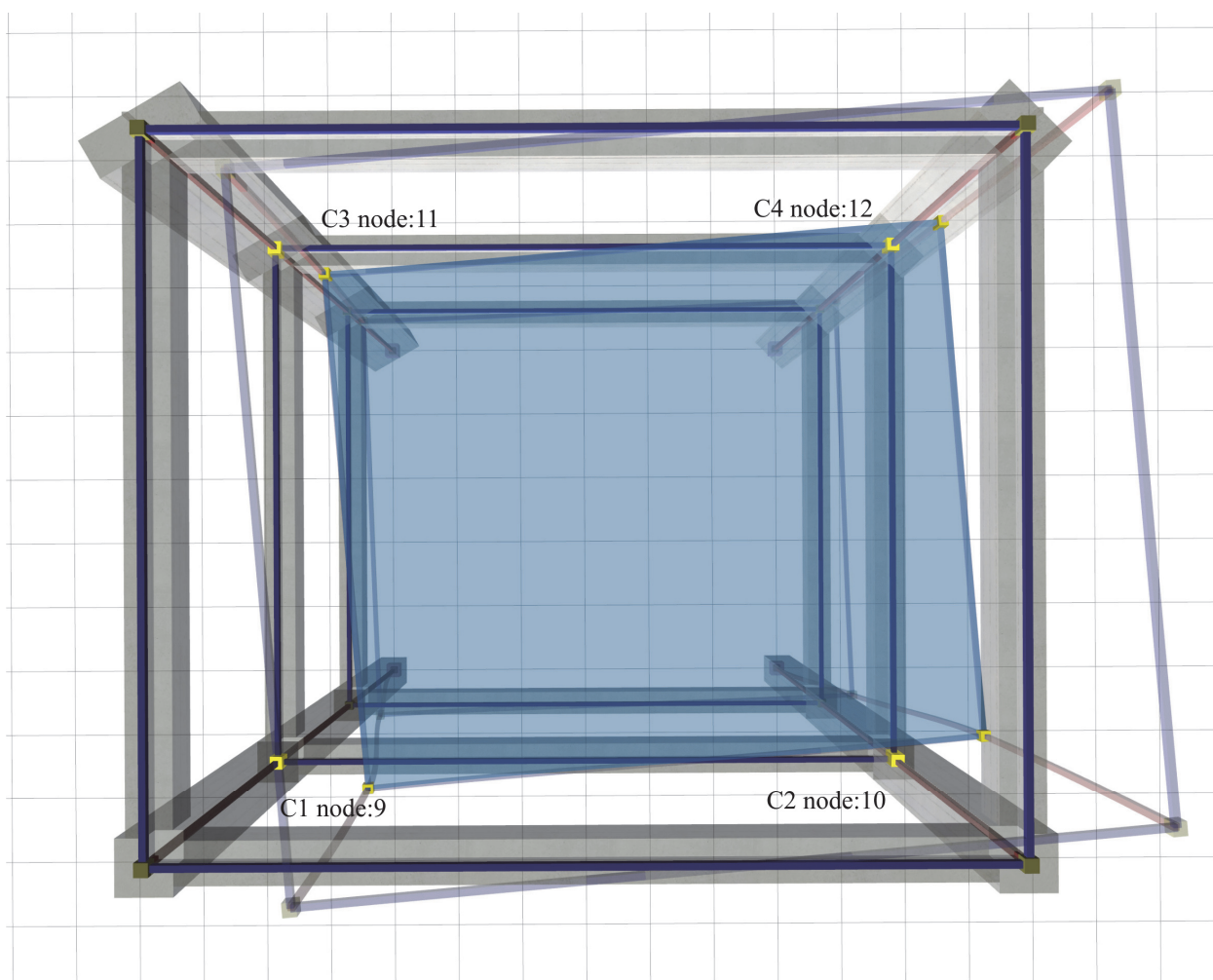
$$=[17.01 \times (29.52+29.53)+13.13 \times (38.54+38.56)] \times 10^3 \text{ kNm}=[10.1+10.1] \times 10^5 \text{ kNm}=20.2 \times 10^5 \text{ kNm}$$

Δηλαδή και το σύστημα των 8 αμφίπακτων κολονών είναι ισοδύναμο με τον πραγματικό φορέα.

Με τον ίδιο τρόπο επαληθεύεται ότι όλα τα συστήματα  $n=4k$  είναι ισοδύναμα με το αρχικό.

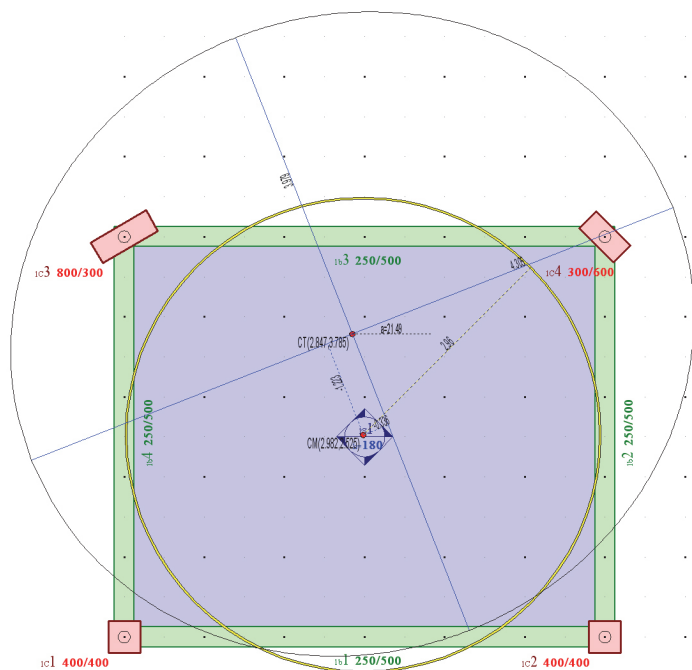
**Παράδειγμα Δ.7.2:**

Η μελέτη είναι το τριώροφο <B\_d9-2> και με τη χρήση του συνοδευτικού λογισμικού ή οποιουδήποτε άλλου λογισμικού, σε κάθε στάθμη χωριστά και στο συγκεκριμένο παράδειγμα, στη 2<sup>η</sup> στάθμη για κάθε μία από τις 3 φορτίσεις, υπολογίζουμε τις 2 μετατοπίσεις της C1 που αντιστοιχούν στον κόμβο 9 και τη στροφή  $\theta_{xz}$  του διαφράγματος. Προαιρετικά, θα μπορούσαμε να υπολογίσουμε και τις μετατοπίσεις των υπόλοιπων σημείων του διαφράγματος. Με αυτές τις παραμορφώσεις υπολογίζονται όλα τα στοιχεία του διαφράγματος.



Εικόνα Δ.7.2-1: Η απλή μελέτη με τους 3 ορόφους και τις 4 κολόνες  
Ο όροφος είναι τυπικός, ίδιος με τον όροφο του 1<sup>ου</sup> παραδείγματος

Με την είσοδο στον “Όροφο”, καλούνται τα “Εργαλεία”, “Διαφραγματική επίλυση”, δίνουμε  $H=90.6 \text{ kN}$ ,  $c_y=1.0 \text{ m}$ , “Αμφίπακτα υποστυλώματα=OFF”, “OK”. Τότε εμφανίζονται στην οθόνη τα στοιχεία του διαφράγματος του ορόφου στον οποίο βρισκόμαστε. Μεταβαίνουμε στον 1<sup>ο</sup> όροφο που αντιστοιχεί στη δεύτερη στάθμη του κτιρίου.



Εικόνα Δ.7.2-2: Η εικόνα του *outrut* του λογισμικού

Παρατήρηση:

- Στο συγκεκριμένο παράδειγμα, επειδή είναι πολυώροφο, η κατάσταση ενός διαφράγματος με στροφή μόνο, δηλαδή με το σημείο  $C_T$  ακίνητο ως προς το έδαφος, μπορεί να προκύψει μόνο με το τέχνασμα της γενικής μεθόδου που ακολουθείται.

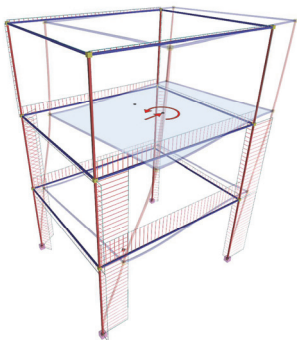
Το κέντρο ελαστικής στροφής  $C_T$  έχει συντεταγμένες (2.847, 3.785), και οι ακτίνες δυστρεψιάς είναι  $r_x=4.305 \text{ m}$ ,  $r_y=3.979 \text{ m}$  (έναντι συντεταγμένων 2.688, 4.897,  $r_x=4.411$  και  $r_y=3.381$  που έδωσε η θεώρηση αμφίπακτων κολοιών). Οι ισοδύναμες κολόνες έχουν διατομή 335/321 (έναντι 521/399 της αμφίπακτης θεώρησης).

Καλώντας “Εμφάνιση” και μετά “Αποτελέσματα διαφραγμάτων”, “εκτυπώσεις”, εμφανίζονται αναλυτικά τα αποτελέσματα για όλες τις στάθμες. Στη 2<sup>η</sup> στάθμη είναι  $\theta_{XZ}=30.2962 \times 10^{-5}$ .

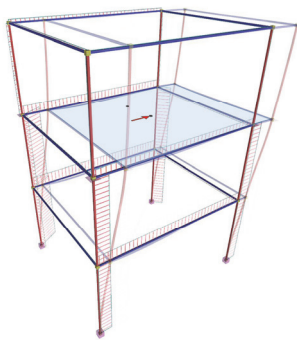
Τα υπόλοιπα αποτελέσματα φαίνονται καλύτερα σε 3D καλώντας “Εμφάνιση”, “Αποτελέσματα διαφραγμάτων”, “3D διαφράγματος” και “ανάλυση με ελεύθερη στροφή” ή “ανάλυση με δεσμευμένη στροφή” ή “με στροφή μόνο”, όπως παρουσιάζονται στις δύο επόμενες σελίδες.



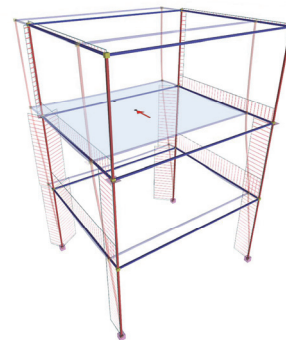
**Υπολογισμός <sup>5</sup> διαφραγματικής λειτουργίας 2<sup>ης</sup> στάθμης**



Εικόνα Δ.7.2-3



Εικόνα Δ.7.2-4

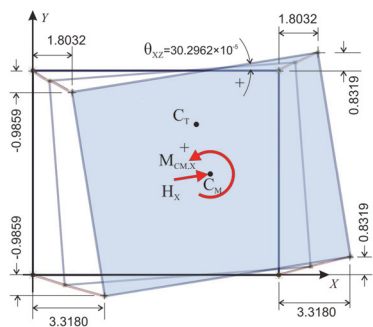


Εικόνα Δ.7.2-5

**1<sup>η</sup> Φόρτιση:**  $H_x=90.6$  kN με εκκεντρότητα φόρτισης <sup>6</sup>  $c_y=1.0$  m που δίνει ροπή  $M_{CM,x}=90.6$  kNm

**2<sup>η</sup> Φόρτιση:**  $H_x=90.6$  kN και δέσμευση της στροφής του διαφράγματος

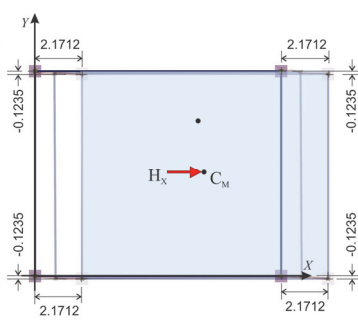
**3<sup>η</sup> Φόρτιση:**  $H_y=90.6$  kN και δέσμευση της στροφής του διαφράγματος



Εικόνα Δ.7.2-6

Αποτελέσματα ανάλυσης:

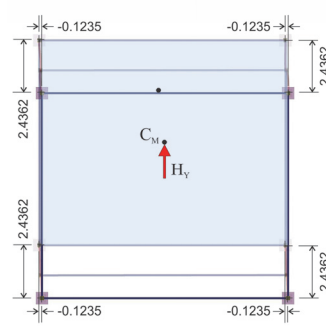
Οι μετακινήσεις του σημείου 1 είναι  $\delta_{XX1}=3.318$ ,  $\delta_{XY1}=-0.986$ mm και η ενιαία γωνία στροφής του διαφράγματος  $\theta_{XZ}=30.2962 \times 10^{-5}$



Εικόνα Δ.7.2-7

Αποτελέσματα ανάλυσης:

Το διάφραγμα δε στρέφεται, γι' αυτό κινείται μόνο παράλληλα προς τους άξονες X,Y. Άρα κάθε σημείο του διαφράγματος (επομένως και το  $C_T$ ) έχει τις ίδιες κύριες μετακινήσεις:  $\delta_{XXo}=2.1712$  mm,  $\delta_{XYo}=-0.1235$



Εικόνα Δ.7.2-8

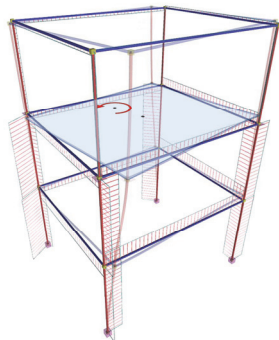
Αποτελέσματα ανάλυσης:

Το διάφραγμα δε στρέφεται και οι δύο παράλληλες μετακινήσεις του είναι:  $\delta_{YXo}=-0.1235$ ,  $\delta_{YYo}=2.4362$  mm Η γωνία του κυρίου συστήματος προκύπτει από τη σχέση:  $\tan(2a)=2\delta_{XYo}/(\delta_{XXo}-\delta_{YYo})=2 \times (-0.1235)/(2.1712-2.4362)=0.932 \rightarrow 2a=43.0^\circ \rightarrow a=21.5^\circ$

<sup>5</sup> Οι υπολογισμοί του διαφραγματικού ορόφου γίνονται αυτόματα από το λογισμικό. Εδώ βλέπουμε την επιβεβαίωση των αλγορίθμων που γίνεται με τα εργαλεία που προσφέρει το ίδιο το λογισμικό.

<sup>6</sup> Το οριζόντιο σεισμικό φορτίο εξασκείται στο κέντρο μάζας  $C_M$ . Η εκκεντρότητα της φόρτισης  $c_y=1.0$ , μπορεί να δοθεί και σαν ισοδύναμη ροπή  $M_{CM,x}=H_x \cdot c_y$  που στη συγκεκριμένη περίπτωση είναι  $M_{CM,x}=90.6 \times 1.0=90.6$  kNm. Η επιπλέον αυτή εκκεντρότητα δίνεται για να αυξήσει την επιρροή της στροφής, δηλαδή να δώσει μεγαλύτερες μετακινήσεις λόγω στροφής και έτσι να υπολογιστούν τα τρεπτικά στοιχεία του διαφράγματος με μεγαλύτερη ακρίβεια. Εκτός αυτού, η ροπή εκκεντρότητας εξασφαλίζει τη λύση και στις περιπτώσεις που το κέντρο ελαστικής στροφής συμπίπτει, ή είναι πολύ κοντά με το κέντρο μάζας.

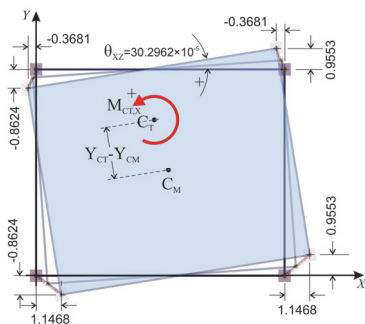
Υπολογισμός διαφραγματικής λειτουργίας 2<sup>ης</sup> στάθμης (συνέχεια)



Εικόνα Δ.7.2-9

1<sup>η</sup> φόρτιση μείον 2<sup>η</sup> φόρτιση:

$$H_X=0, M_{XCT}=90.6 \cdot (Y_{CT}-Y_{CM})+90.6$$



Εικόνα Δ.7.2-10

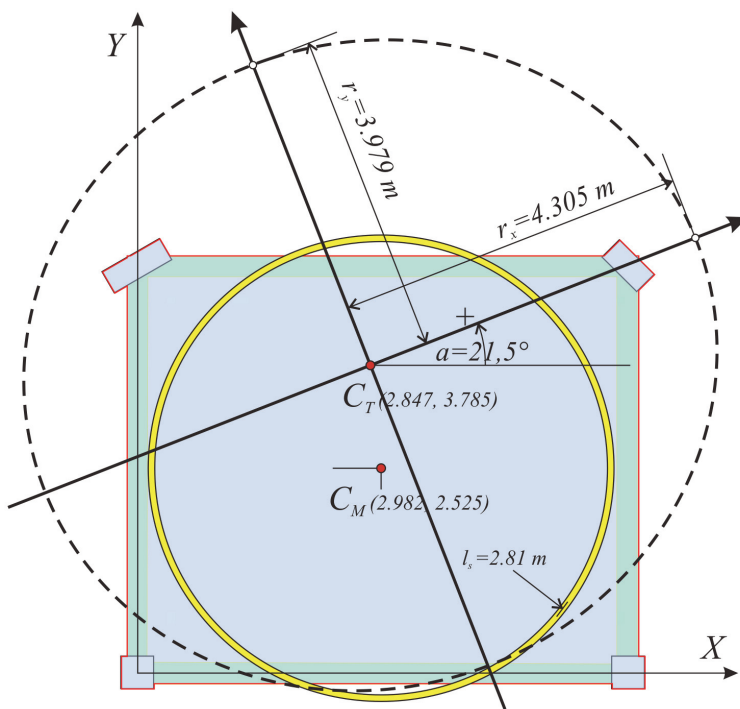
Αποτελέσματα της αφαίρεσης:  
Το διάφραγμα έχει μόνο στροφή  $\theta_{XZ}$  με κέντρο τον πόλο περιστροφής  $C_T$ . Οι μετακινήσεις του πρώτου σημείου λόγω στροφής:

$$\delta_{X_i,l} = \delta_{X_i} - \delta_{X_{X_0}} = 3.3180 - 2.1712 = 1.1468,$$

$$\delta_{Y_i,l} = \delta_{Y_i} - \delta_{X_{Y_0}} = -0.9859 + 0.1235 = -0.8624 \text{ και}$$

$$X_{CT} = X_1 - \delta_{Y_i,l} / \theta_{XZ} = 0.0 + 0.8624 \times 10^{-3} / 30.2962 \times 10^{-5} = 2.847 \text{ m}$$

$$Y_{CT} = Y_1 + \delta_{X_i,l} / \theta_{XZ} = 0.0 + 1.1468 \times 10^{-3} / 30.2962 \times 10^{-5} = 3.785 \text{ m}$$



Εικόνα Δ.7.2-11

**Προσδιορισμός δυσκαμψιών, ακτίνων δυστροπείας και ισοδύναμου συστήματος:**

Οι δυσκαμψίες  $K_{xx}$ ,  $K_{yy}$  θα υπολογιστούν από τις εξισώσεις Γ.9.2 και Γ.9.3 της §Γ.9 με  $a=21.49^\circ \rightarrow \tan a=0.393$ :

$$K_{xx} = H / (\delta_{X_{X_0}} + \delta_{X_{Y_0}} \cdot \tan a) = [90.6 / (2.1712 - 0.1235 \cdot 0.393)] \cdot 10^6 \text{ N/m} = 42.7 \times 10^6 \text{ N/m}$$

$$K_{yy} = H / (\delta_{Y_{Y_0}} - \delta_{X_{Y_0}} \cdot \tan a) = [90.6 / (2.4362 + 0.1235 \cdot 0.393)] \cdot 10^6 \text{ N/m} = 36.5 \times 10^6 \text{ N/m}$$

$$M_{XCT} = 90.6 \cdot (Y_{CT} - Y_{CM}) + 90.6 \cdot c_Y = 90.6 \times (3.785 - 2.525) + 90.6 \times 1.0 = 204.8 \text{ kNm},$$

$$K_\theta = M_{CT,X} / \theta_{XZ} = 204.8 / 30.2962 \times 10^{-5} = 6.759 \times 10^5 \text{ kNm}$$

$$r_x = \sqrt{K_\theta / K_{yy}} = \sqrt{[6.759 \times 10^8 \text{ Nm} / 36.5 \times 10^6 \text{ N/m}]} = 4.30 \text{ m}$$

$$r_y = \sqrt{K_\theta / K_{xx}} = \sqrt{[6.759 \times 10^8 \text{ Nm} / 42.7 \times 10^6 \text{ N/m}]} = 3.98 \text{ m}$$

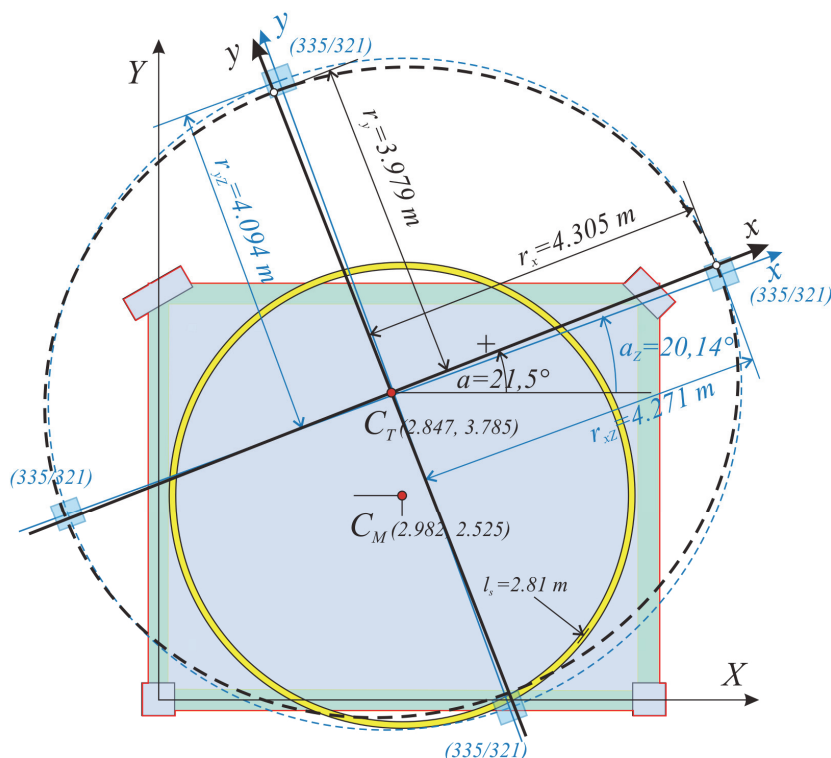
**Παρατήρηση:**

- Οι σχέσεις που προσδιορίζουν τις συντεταγμένες του  $C_T$  είναι γενικές και ισχύουν για κάθε σημείο του διαφράγματος. Για παράδειγμα, από την κολόνα 4 προκύπτουν:

$$X_{CT} = X_4 - \delta_{Y_t,4} / \theta_{XZ} = 6.0 - 0.9553 \times 10^{-3} \text{ m} / 30.2962 \times 10^{-5} = 6.0 - 3.153 = 2.847 \text{ m}$$

$$Y_{CT} = Y_4 + \delta_{X_t,4} / \theta_{XZ} = 5.0 - 0.3681 \times 10^{-3} \text{ m} / 30.2962 \times 10^{-5} = 5.0 - 1.215 = 3.785 \text{ m}$$

**Ισοδύναμο σύστημα:**



Το ισοδύναμο σύστημα του φορέα του τριώροφου κτιρίου, αποτελείται από 3 ισοδύναμα, προς τα πραγματικά, διαφράγματα του φορέα.

Τα αποτελέσματα των πραγματικών διαφραγμάτων και των ισοδύναμων δίνονται στις “εκτυπώσεις” του λογισμικού. Από αυτή εκτυπώνουμε τους δύο πίνακες των ισοδύναμων διαφραγμάτων.

Εικόνα Δ.7.2-12: Ισοδύναμο διάφραγμα 2<sup>ης</sup> στάθμης με 4 κολόνες διατομής 335/321 (στο “Ισοδύναμο σύστημα” δίνουμε  $k=1 \rightarrow n=4k=4$ )

**Παραμορφώσεις Ισοδύναμου Συστήματος**

Στάθμη	$d_{XXo,i}$ mm	$d_{XYo,i}$ mm	$\theta_{XZM,i}$ 1.0e-5	$d_{YYo,i}$ mm	$d_{XXoZ,i}$ mm	$d_{XYoZ,i}$ mm	$d_{YYoZ,i}$ mm	$\theta_{XZMZ,i}$ 1.0e-5
1	0.612	-0.079	4.2009	0.773	0.612	-0.079	0.773	4.2009
2	2.171	-0.123	13.4045	2.436	1.559	-0.044	1.663	9.2036
3	4.198	-0.072	24.6910	4.437	2.026	0.052	2.001	11.2865

**Διατομές Ισοδύναμου Συστήματος**

Στάθμη	$h_i$ m	$\alpha_{z,i}$ deg	$M_{XM,i}$ KNm	$K\theta_{Z,i}$ MNm	$K_{xxZ,i}$ MN/m	$K_{yyZ,i}$ MN/m	$\Gamma_{xZ,i}$ m	$\Gamma_{yZ,i}$ m	$A_{xZ,i}$ mm	$A_{yZ,i}$ mm
1	3.00	22.3069	90.60	2156.7	156.30	112.45	4.379	3.715	441	374
2	3.00	20.1371	90.60	984.4	58.72	53.95	4.271	4.094	335	321
3	3.00	38.0593	90.60	802.7	43.83	46.21	4.168	4.279	306	314

Επιβεβαίωση των αποτελεσμάτων που αναγράφονται στους πίνακες και προκύπτουν βάσει της θεωρίας που έχει αναπτυχθεί στην §Δ.6 :

$$\delta_{XXoZ,1} = \delta_{XXo,1} - 0.0 = 0.612,$$

$$\delta_{YYoZ,1} = \delta_{YYo,1} - 0.0 = 0.773,$$

$$\delta_{XXoZ,2} = \delta_{XXo,2} - \delta_{XXo,1} = 2.171 - 0.612 = 1.559,$$

$$\delta_{YYoZ,2} = \delta_{YYo,2} - \delta_{YYo,1} = 2.436 - 0.773 = 1.663,$$

$$\delta_{XXoZ,3} = \delta_{XXo,3} - \delta_{XXo,2} = 4.198 - 2.171 = 2.026,$$

$$\delta_{YYoZ,3} = \delta_{YYo,3} - \delta_{YYo,2} = 4.437 - 2.436 = 2.001,$$

$$\delta_{XYoZ,1} = \delta_{XYo,1} - 0.0 = -0.079,$$

$$\theta_{XZMZ,1} = \theta_{XZM,1} - 0.0 = 4.2009$$

$$\delta_{XYoZ,2} = \delta_{XYo,2} - \delta_{XYo,1} = -0.123 - (-0.079) = -0.044$$

$$\theta_{XZMZ,2} = \theta_{XZM,2} - \theta_{XZM,1} = 13.4045 - 4.2009 = 9.2036$$

$$\delta_{XYoZ,3} = \delta_{XYo,3} - \delta_{XYo,2} = -0.072 - (-0.123) = 0.051$$

$$\theta_{XZMZ,3} = \theta_{XZM,3} - \theta_{XZM,2} = 24.6910 - 13.4045 = 11.2865$$

Από αυτά τα μεγέθη προκύπτουν τα διαφραγματικά στοιχεία για όλες τις στάθμες, οπότε συγκριμένα για τη 2<sup>η</sup> στάθμη είναι:

$$\tan(2\alpha_{z,2}) = 2 \cdot \delta_{XYoZ,2} / (\delta_{XXoZ,2} - \delta_{YYoZ,2}) = 2 \cdot (-0.044) / (1.559 - 1.663) \rightarrow \tan(2\alpha_{z,2}) = 0.8462 \rightarrow$$

$$\alpha_{z,2} = 20.12^\circ \text{ και } \tan\alpha_{z,2} = 0.3667$$

$$K_{\theta Z,2} = M_{XM,2} / \theta_{XZMZ,2} = 90.6 \times 1.0 / 9.2036 = 984.4,$$

$$K_{xxZ,2} = H / (\delta_{XXoZ,2} + \delta_{XYoZ,2} \cdot \tan\alpha_{z,2}) = 90.6 / (1.559 + (-0.044) \times 0.3667) = 58.7 \text{ και}$$

$$K_{yyZ,2} = H / (\delta_{YYoZ,2} - \delta_{XYoZ,2} \cdot \tan\alpha_{z,2}) = 90.6 / (1.663 - (-0.044) \times 0.3667) = 53.95$$

$$r_{xz,2} = \sqrt{K_{\theta Z,2} / K_{yyZ,2}} = \sqrt{(984.4 / 53.95)} = 4.27, \quad r_{yz,2} = \sqrt{K_{\theta Z,2} / K_{xxZ,2}} = \sqrt{(984.4 / 58.72)} = 4.094$$

όπερ έδει δείξαι.